This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Digitized by Google

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT
67093

Digitized by Google

Ma. 831

Mark 831

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DEMONSTRATION
DE LA
QUADRATURE
DU
CERCLE,

Par JOUBERT DE LA RUE.

Avec les Réponses aux Objections faites contre son Système.

A AMSTERDAM,
Chez JEAN JOUBERT DE LA RUE,
dans le Sint-Lucy-Steeg à *l'Enseigne* DE LA QUADRATURE DU CERCLE.
MDCCXLVI.

Digitized by Google

Digitized by Google

AU
PARLEMENT
D'ANGLETERRE.

MESSEIGNEURS,

VOus vous êtes toujours déclarés les Protecteurs des Sciences & des Beaux-Arts, c'eſt ce qui les fait fleurir d'une manière ſi éclatante dans toute l'étenduë de la Grande-Bretagne, en augmente la Culture dans le reſte de l'Europe, & par un juſte retour l'hommage des Nouvelles Découvertes eſt un Tribut,

Digitized by Google

MESSEIGNEURS, qui vous eſt dû. J'ai fait la Découverte de la QUADRATURE DU CERCLE, *qu'on avoit ſi inutilement cherchée depuis tant de ſiècles, & qui rend à la Géométrie le ſeul fleuron qui lui manquoit pour en faire la plus parfaite de toutes les Sciences. Les Savans conviennent de ce fait: il n'y a perſonne qui puiſſe diſconvenir de cet autre, ſi vous daignez MESSEIGNEURS agréer la Dédicace de cet Ouvrage: c'eſt qu'après avoir fait cette belle Découverte, j'ai eu l'honneur de l'offrir au Corps le plus diſtingué qu'il y ait dans le Monde. Je ſuis avec un très profond reſpect*

MESSEIGNEURS

A AMSTERDAM
ce 1 Janv. 1746.

Votre très humble
& très obeiſſant
Serviteur,

JOUBERT DE LA RUE.

AVIS

Digitized by Google

AVIS AU LECTEUR.

COmme parmi les Savans qui m'ont fait l'honneur de m'envoyer leurs Objections & leurs Remarques sur ma Démonstration de la QUADRATURE DU CERCLE, il s'en trouve dont les Lettres sont anonymes & sans date, je n'ai pu y faire une Réponse particulière, ignorant les Noms & les Adresses de leurs Auteurs. J'offre à ces Messieurs un Exemplaire de cette Edition, où ils ne manqueront pas de trouver mes Réponses dans la manière qu'ils m'ont prescrit de les faire. Et si je passe sous silence les railleries malignes que certains gens ont fait de moi à l'occasion de mon nouveau Systême, c'est que je les mépriſe autant qu'ils sont mépriſables. Ils *n'entendent rien en Géométrie*, disent-ils, & ils s'érigent en Censeurs de mon Ouvrage. Qu'y a-t-il de plus insensé ? *Ne sutor ultra crepidam*, c'est ce que je me contente de leur dire.

Mais dans quelle classe ranger un Auteur qui commençant par avouer dans son Imprimé qu'il n'entend rien du tout à la matière en question, en emploie ensuite trois ou quatre pages à répandre sur moi & sur mon Ouvrage le ridicule le plus grossier? Un tel aveu ne fait-il pas retomber sur lui-même tout le ridicule qu'il s'efforce à répandre sur moi? Je ne doute point que les gens sensés n'aient re-

Digitized by Google

gardé tout ce qu'il en a dit, comme le jugement d'un Aveugle qui décide des Couleurs.

Quelle confusion pour lui, si j'étalois ici les Eloges qu'on a fait de mon Ouvrage, & la Liste des Personnes distinguées par leur Rang & par leur Erudition auxquelles il a eu le bonheur de plaire! Mais pour confondre un misérable Auteur qui convient de son ignorance, faut-il mettre en compromis des Personnes si illustres & si respectables, sur-tout sans avoir au préalable leur consentement?

Je sai qu'il se trouvera des gens à qui je paroîtrai trop prolixe. Je pouvois faire ma Démonstration plus courte, je l'avoue; mais je n'aurois pas répondu exactement à toutes les Objections qu'on m'a faites, & par cela même j'aurois marqué en faire peu de cas, ce qui seroit fort éloigné de l'idée que j'en ai. Je les ai trouvées judicieuses, & partant de main de Maîtres; & je remercie de cœur toutes les Personnes qui ont eu la bonté de me communiquer leurs Sentimens, de bouche ou par écrit. Celles qui souhaitteront que je les rende publics, n'ont qu'à me faire l'honneur de me le marquer, je remplirai ponctuellement leur intention.

CON-

Digitized by Google

CONSTRUCTION DE LA FIGURE.

PRenez pour Centre le Point O, & faites un Cercle à telle ouverture de Compas qu'il vous plaîra. Inſcrivez dans ce Cercle le Quarré ACQR. Fig. I.

Partagez en deux également au Point D l'Arc ADC, & tirez du Point C la Ligne droite BC, qui coupe l'Arc ADC au Point D.

Faites BC égale à AC, & tirez la Ligne droite AB. Le Triangle ACB ſera Iſocelle par la Conſtruction, puisque ſes deux côtés ont été faits égaux.

Faites ſur le côté BC l'Arc BEC égal à l'Arc ADC, & prenant BC pour un côté commun, faites le Triangle Iſocelle BCL, qui ſoit égal en tout ſens au Triangle Iſocelle ACB.

Je dis que par cette Opération vous avez trois Triangles égaux, ſavoir le Rectiligne ACB, le Curviligne AIDCEKBA, & le Rectiligne BCL.

Le Triangle Rectiligne BCL a été fait égal au Triangle Rectiligne ACB. Reſte donc à prouver que le Curviligne AIDCEKBA eſt égal au Rectiligne ACB.

La Ligne droite BC coupe la Courbe ADC par le milieu au Point D. Mais le Triangle BCL a été fait égal au Triangle Rectiligne ACB, & les

Digitized by Google

Arcs ADC, BEC, ont été faits égaux. Par conſéquent la Ligne LC doit couper l'Arc BEC par le milieu ; autrement les Triangles ne ſeroient pas égaux, ſi aiant des Arcs égaux appuyés ſur un de leurs côtés, ils ne faiſoient pas de l'autre part des Segmens égaux. Mais puiſque ces Arcs & ces Triangles ont été faits égaux, les Segmens ENC, DHC, ſont égaux.

Tirez la Ligne droite ED par les Points E & D, où les Droites & les Courbes ſe coupent.

Je dis que le Triangle Curviligne DCE eſt égal au Rectiligne DCE.

Les Segmens ENC, DHC, ont été démontrés égaux. Or ſi l'on met le Segment ENC ſur le Segment DHC qui lui eſt égal, le Triangle Curviligne DCE ſera le même que le Rectiligne DCE.

Tirez la Ligne DF, qui retranche de la Ligne AC la Partie FC, égale à DC.

Je dis que le Triangle Rectiligne DCF ſera égal au Rectiligne DCE.

Le Triangle Iſocelle BCL a été fait égal au Triangle Iſocelle ACB. Donc l'Angle BCL eſt égal à l'Angle ACB.

Les Lignes Droites EC, DC, FC, ont été démontrées égales. Ces Triangles ont donc deux côtés égaux à deux côtés, les Angles entre ces deux côtés ſont auſſi égaux entre eux. Donc les Baſes ED, DF, ſont égales par la IV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, & les Triangles ſont égaux.

Je dis maintenant que puiſque ces trois Triangles DCE Curviligne, DCE Rectiligne, & DCF Rectiligne, ſont égaux, les trois Parties qui ſont les Complémens de ces Triangles prolongés ſur des Baſes encore égales, ſeront auſſi des Parties éga-

Digitized by Google

égales. C'eſt-à-dire que DIABKED Curviligne, eſt égal à DELBD Rectiligne.

La Partie DEKBD du Curviligne DIABKED eſt égale à FDIAF, puiſqu'elles ſont Parties de Choſes égales, ſavoir des Arcs ADC & BEC, qui ont été démontrés égaux, & dont on a retranché des Parties égales, ſavoir, d'une part, le Triangle Rectiligne DCE, plus un Segment ENC, qui pris enſemble ſont égaux au Triangle DCF; plus un Segment DHC, pris auſſi enſemble de l'autre part, ainſi qu'il a été démontré.

Il ne reſte plus que la Partie AIDBA, qui eſt commune au Triangle Rectiligne ACB, & au Triangle Curviligne AIDCEKBA. Ces deux Triangles ont donc toutes leurs Parties égales. Donc ils ſont égaux. Mais BCL a été démontré égal à ACB. Donc ces trois Triangles ACB Rectiligne, BCL Rectiligne, & AIDCEKBA Curviligne, ſont égaux entre eux.

Partagez, par la Ligne CZ, l'Angle BCL en deux également.

Les Angles BCZ, LCZ, ſont égaux par la Conſtruction, mais ils ſont placés à la circonférence du Cercle dont BEC eſt un Arc. Donc ils s'appuyent ſur des Parties égales de la Circonférence, *Euclide Liv.* III. *Prop.* XXVI. & les Courbes BK & KE ſont égales.

Menez par le Point K la Ligne GY, parallèle à BL, & faites au deſſous de la Ligne CL un Arc CDL, égal à l'Arc CEB. Ces Arcs étant égaux ils couperont dans le Triangle BCL des Parties égales, par conſéquent la Courbe DKL paſſera par le Point K, comme fait la Courbe EKB. Fig. II.

Je dis que le Triangle LKE Curviligne, compris entre la Courbe Saillante KL, & la Rentrante

te KE, eſt égal au Triangle Curviligne BKD, compris entre la Saillante BK, & la Rentrante KD. Ces deux Triangles, dis-je, LKE & BKD ſont égaux entre eux.

Dans les Triangles Curvilignes LKE & BKD, le Côté LE eſt égal au Côté BD, ainſi qu'il a été démontré *Pag. précéd.* Le Côté KE, ou la Rentrante KE, vient d'être démontrée égale à la Rentrante KD. Il en eſt de-même de la Saillante KL, qui a été démontrée égale à la Saillante KB. Ces deux Triangles ont donc trois côtés égaux à trois côtés, réciproquement, & ſemblablement poſés. Donc ces deux Triangles Curvilignes ſont égaux en tout ſens.

Tirez maintenant les Droites KL, KE, KD, KB, elles ſeront toutes égales, puiſqu'elles ſont Cordes d'Arcs, ou de Segmens, ou de Portions égales de Cercles égaux, ainſi qu'il a été démontré. Tranſportez le Segment KL ſur le Segment KE ſon égal, le Triangle Curviligne LKE ſera le même que le Triangle Rectiligne LKE. Il en ſera de-même du Curviligne BKD, qui ſera le même que le Rectiligne BKD, ſi vous tranſportez le Segment BK ſur ſon égal KD.

Je dis maintenant que les Triangles Rectilignes LKE & BKD ſont égaux à GYLBG.

Menez par le Point G la Ligne TGX, parallèle à ZW. Prolongez de part & d'autre la Ligne DE vers X & vers O. Tirez la Ligne TK.

Puiſque TZ & KG ſont parallèles, & que TX eſt parallèle à ZW, il s'enſuit que TGKZ eſt un Parallélogramme, & que TK le partage également, & que le Triangle TKG eſt la moitié de ce Parallélogramme par la *Prop.* XXXIV. *du* I. *Liv. d'Euclide.* Mais le Triangle Rectiligne BKG a la même

Digitized by Google

même Baſe que le Triangle TKG, ſavoir KG; ils ſont auſſi entre mêmes Parallèles. Donc ils ſont égaux par la XXXVII. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide.* Donc ils ſont chacun moitié du Parallélogramme TGKZ.

Mais le Triangle KDG, & le Parallélogramme GXWK, ont la même Baſe GK; ils ſont auſſi entre mêmes Parallèles. Donc, par la *Prop.* XLI. *du* I. *Livre d'Euclide*, le Parallélogramme GXWK eſt le double du Triangle KDG. Mais BKG a été démontré égal à une moitié de TGKZ, & KDG a été démontré égal à une moitié de GXWK. Or BKG, plus KDG, font tout le Triangle BKD. Donc ce Triangle eſt la moitié de TGKZ & de GXWK pris enſemble. Mais ces deux Parallélogrammes font enſemble le Parallélogramme TXWZ. Le Triangle BKD ſera donc la moitié de ce Parallélogramme, puiſqu'il eſt moitié de toutes les parties de ce Parallélogramme. Donc le Triangle BKD, plus ſon égal & ſon ſemblable LKE, pris enſemble, ſont égaux à tout le Parallélogramme TXWZ.

Je démontre maintenant que ce Parallélogramme TXWZ eſt égal au Trapèze, ou à la Figure GYLBG.

Faites la Conſtruction Suivante. Fig. III.

Prolongez les Lignes { XDE, vers O & n. / TK, vers O & r.

Menez du Point B { 1°. rBn, parallèle à TX. / 2°. Bm, parallèle à rO.

Menez du Point O { OR, parallèle à nr.

Tirez

Tirez la Ligne Rr parallèle à On.

Menez du Point m { mM, parallèle à nr.

Faites HP égale à rB, & tirez PV parallèle à HKf.

Menez par le Point d { fdN, parallèle à nr.

Menez par le Point Æ { hÆI, parallèle à HKf.

Tirez les Lignes fG, Wtf.

DEMONSTRATION.

Les Lignes Rr & On ſont parallèles & égales (*Conſtr.* III.) *& Euclide Prop.* XXXIII. *du* I. *Liv.* Donc ROnr eſt un Parallélogramme dont QKr eſt Diagonale.

Les Parallélogrammes BO & OL ſont égaux, par la XXXV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, puiſqu'ils ont mêmes Baſes, & qu'ils ſont entre mêmes Parallèles.

Les Parallélogrammes Hd, & dW, ſont égaux par la XLIII. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, puiſqu'ils ſont Complémens des Parallélogrammes qui ſont autour du Diamètre.

Les Lignes Pe, Om, dU, TB & tV, ſont égales, puiſqu'elles ſont Parallèles à des côtés de Parallélogrammes qui ont été faits égaux. HP, Fd, & tG, ſont auſſi égales entre elles par la même raiſon. Donc les Parallélogrammes He, FU, & GV, ſont égaux par la XXXVI. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, puiſqu'ils ont des Baſes égales, & qu'ils ſont entre mêmes Parallèles.

Dans

Digitized by Google

Dans les Triangles ſſgW & Gqt, le Côté ſſW eſt égal à qt, le Côté gW eſt égal au Côté Gt. L'Angle qtG eſt égal à l'Angle ſſWg. Donc le Triangle ſſgW eſt égal au Triangle Gqt, par la IV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide.*

Les Parallélogrammes ſſt, dW, GW & GU, ſont égaux. Or dW eſt égal à Hd, qui eſt égal à GU. Donc Hd, plus FU, eſt égal à GU, plus GV. C'eſt-à-dire que HU eſt égal à KV. Donc les Lignes HK, Kf, ZB, ZL, OW, ſont égales. Donc la Ligne menée du Point O, parallèle à nr, paſſe par le point L*. Donc LTXO eſt un Parallélogramme. Donc les Parallélogrammes KX & KL ſont égaux par la *Prop.* XLIII. *du* I. *Liv. d'Euclide*, puiſqu'ils ſont Compléments de Parallélogrammes qui ſont autour du Diamètre. Donc ſi on ajoute à chacun de ces Touts égaux le Parallélogramme KT, ils feront encore des Touts égaux par le II. *Axiôme.* Donc ZX eſt égal à LG.

Mais LG eſt égal à GYLBG. Car 1°. la Partie TGYL eſt commune au Parallélogramme LG & au Trapèze GYLBG. 2°. Les Triangles BTG & HYL ſont égaux. Les Côtés TG, LH, ſont égaux, puiſqu'ils ſont Côtés directement oppoſés dans le même Parallélogramme : les Côtés BG, LY, ont été démontrés égaux, étant reſtés de Touts égaux, ſavoir, de BC

* Un des plus grands Mathématiciens d'*Angleterre* m'a fait l'honneur de me mettre en main une Démonſtration fondée ſur la Table des Sinus & des Tengentes, tendant à prouver l'inégalité des Lignes LZ & OW. Il faut ici corriger la Table des Sinus & des Tengentes, étant évidemment démontré qu'elle ſeroit fauſſe.

Digitized by Google

BC & LC, Côtés appuyés ſur la Baſe dans le Triangle Iſocelle BCL, deſquels on a retranché CY, CG, qui ſont égales. *Euclide Liv.* VI. *Prop.* II.

De plus l'Angle HYL eſt égal à l'Angle GYC, puiſqu'ils ſont oppoſés au Sommet. Mais l'Angle GYC eſt égal à l'Angle GBT, par la II. *Prop. du* VI. *Liv. d'Euclide.* L'Angle GTB eſt Droit, ainſi que l'Angle YHL. Ces deux Triangles ont deux Angles égaux à deux Angles, & deux Côtés égaux à deux Côtés. Donc ces Triangles ſont égaux en tout ſens. *Euclide Liv.* I. *Prop.* IV. Donc ſi on tranſporte le Triangle BTG ſur ſon égal & ſon ſemblable HYL, le Trapèze GYLBG ſera le même que le Parallélogramme LG.

Faites maintenant (*par la* II. *Rem. de Rohault ſur la Prop.* XLV. *du* I. *Liv. d'Euclide*) ou par telle Opération qu'il vous plaîra, la Figure GYESDG égale à GYLBG, ajoutant ſur la Ligne ED un Triangle Iſocelle DSE égal à l'excès de GYLBG au-deſſus de GYEDG, & vous aurez le Polygone BDSELB, égal à quatre Triangles dont chacun eſt égal à LKE.

Mais la Ligne ZS diviſe en deux également chacune de ces Figures GYLBG & GYESDG, qui ſont chacune moitié du Polygone BDSELB. Car puiſque le Triangle BCL eſt Iſocelle, & que les Lignes GY & DE ſont menées Parallèles à la Baſe BL, il s'enſuit que les Triangles BCL, GCY, & DCE, ſont ſemblables, *Euclide Liv.* VI. *Prop.* II. Mais la Ligne CZ partage en deux également l'Angle C du Triangle BCL. Donc dans les Triangles LCZ & BCZ, l'Angle C eſt égal à l'Angle C. Le Côté LC eſt égal au Côté BC; de plus le Côté CZ eſt commun. Donc

les

Digitized by Google

les deux Triangles L C Z & B C Z ſont égaux par la IV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, puiſqu'ils ont deux Côtés égaux à deux Côtés, & l'Angle de l'entre-deux égal à l'Angle. Donc le Triangle B C L eſt partagé en deux également par la Ligne C Z. Donc, par la même raiſon, Y C K ſera égal à G C K. Mais le Triangle D C S ſera auſſi égal au Triangle E C S. Car l'Angle C eſt encore égal à l'Angle C. Le Côté D C eſt égal au Côté E C. Le Côté C S eſt commun. Donc, par la IV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, le Triangle D C S eſt égal au Triangle E C S.

Or ſi dans les Triangles égaux Y C K & G C K, on retranche des Parties égales E C S & D C S, les reſtes ſeront égaux par le III. *Axiôme*. Donc Y E S K Y eſt égal à G D S K G. Mais ſi on retranche encore ces Parties égales, il ne reſtera dans les Triangles égaux L C Z, B C Z, que les Parties K Y L Z & K G B Z, qui ſont encore égales; puiſqu'elles ſont reſte de Touts égaux dont on a retranché des Parties égales, ſavoir les Triangles G C K & Y C K. Il a été démontré que Y E S K Y eſt égale à G D S K G, & que K Y L Z eſt égale à K G B Z. Ces quatre Parties ſont chacune Moitié de Choſes égales, ſavoir des Figures G Y L B G & G Y E S D G. Donc ces quatre Parties ſont égales, & la Ligne C Z partage en deux également les Figures G Y L B G & G Y E S D G. Mais le Triangle L K E a été démontré égal à une Moitié de G Y L B G. Donc ce Triangle eſt auſſi Moitié de G Y E S D G. Donc ce Triangle L K E eſt égal à K G B Z, démontré égal a $\frac{1}{4}$ du Polygone B D S E L B.

Maintenant, pour éviter toute équivoque, je vais joindre ici une Explication des Signes & des Fi-

Figures que j'emploie pour rendre plus ſimple & plus claire la Démonſtration qui ſuit.

Fig. IV.

Ce ſigne + veut dire, *plus*.
Celui-ci — veut dire, *moins*.
Ce troiſième = veut dire, *égal*.
Ce quatrième ✕ veut dire, *multiplié*.

Lorſque je dis Polygone Rectiligne, j'entens BDSELB, ou ſon égal en tout ſens. Et quand je dis Polygone Curviligne, j'entens AIDSEKBA, compris entre la Rentrante AID, & la Saillante BKE, ou une Figure qui lui ſoit égale en tout ſens.

Lorſque je dis $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, j'entens un quart, un demi, trois quarts, quatre quarts du Polygone BDSELB.

Q = LKE, compris entre la Saillante LK & la Rentrante KE = $\frac{1}{4}$.

$\mathcal{Q}$ = AIF, compris entre la Saillante AI & la Rentrante IF = $\frac{1}{4}$

n = LKB, compris entre les Courbes rentrantes LK & KB.

N = BIA, compris entre les Courbes rentrantes BI & AI.

V = BKGIB, compris entre les Courbes ſaillantes BI, BK, & les Droites KG, GI.

4X = KTIG, Parallélogramme partagé en quatre Triangles égaux par les Diagonales GT, KI.

u = KTIDK, compris entre les Rentrantes KD, ID & les Droites KT, IT.

4∞ = KD, DI, doubles Segmens de Cercles égaux; ou quatre Segmens égaux appuyés ſur des Cordes égales, qui ſont les Lignes droites pointées KD, DI.

Digitized by Google

4 * = KB, BI, qui ſont quatre Segmens égaux en tout ſens aux quatre autres Segmens exprimés par 4 oo

R = KESDK, le Convexe compris entre les deux Saillantes KE, KD, & les Droites ES, DS.

r = IFMDI, le Convexe compris entre deux Saillantes IF, ID, & les Droites DM, FM.

R ombrée = KESDK, le Concave compris entre la Saillante KE & la Rentrante KD pointée, & les Droites ES, DS.

r ombrée = IFMDI, le Concave compris entre la Rentrante pointée ID & la Saillante IF, & les Droites DM, FM. Lorsque je dis R ou r, ombrée, j'entens les Concaves; & par R, ou r, j'entens les Convexes.

Il a été démontré que YESKY = GDSKG = KYLZK = LKE = Q = ¼ = KGBZ. Or ce dernier eſt égal à une Moitié de n plus une Moitié de V. Donc n + V = ½. Mais V + 4x + u = Q + Q = ½. Donc V + 4x + u = ½ = n + V. Donc par le 1. *Axiôme*, n = 4x + u. Mais n + R = Q + Q; car Q eſt égal en tout ſens au Triangle BKD; & comme BKD + Q = ¼, & que BKD + Q + n + R = ½, ou tout le Polygone, il eſt évident que n + R = BKD + Q = ¼. Mais n + V = ½, = n + R = ½. Donc R = V par le 1. *Axiôme*.

Il a été démontré que n = 4x + u, & comme R = V, il eſt évident que 4x + u + R = n + V = ½ = V + 4x + u. Or ſi je joins 4 oo à ce dernier Tout, ce dernier Tout ſera égal à ½ + 4 oo. Tirez la Ligne Droite KI, cette Ligne partagera en deux Parties égales le Tout V + 4x + u + 4 oo. Retranchez les doubles Segmens

Digitized by Google

BI & DI. Comme ils ſont égaux à 4 ∞, il eſt évident que V, moins le double Segment BI, plus 4 x + u + les deux ∞ KD ſont un Tout égal à $\frac{1}{4}$, il eſt évident que le Triangle IKD compris entre la Droite IK, & la Saillante pointée KD, & la Noire rentrante ID; il eſt évident, dis-je, que ce Triangle IKD ainſi pris, eſt égal à $\frac{1}{8}$, ou, ce qui eſt la même choſe, eſt égal à la Moitié de 4 x + u + R = $\frac{1}{4}$. Donc R − 2 ∞ + 2 x = $\frac{1}{4}$, & que 2 R − 4 ∞ + 4 x = $\frac{1}{4}$ = V + 4 x + u, & que N + 2 ∞ = $\frac{1}{8}$ + 2 x. Donc 2 n + 4 ∞ = $\frac{3}{4}$ + 4 x. Donc N + n + 4 Segmens BK, BI + 2 R ombrées = $\frac{3}{4}$

Mais comme les deux Triangles Curvilignes AIDCEKBA & BIFCDKLB, paſſent l'un ſur l'autre, la Figure V + 4 x + u eſt double. Mais comme V + 4 x + u = $\frac{1}{4}$, il s'enſuit que deux V + 4 x + u = $\frac{1}{4}$. Or ſi je prens l'un des deux V + 4 x + u, & que je le faſſe tourner ſur les Points K & I, deſorte que le Point B tombe en D, & le Point D tombe en B, il eſt évident qu'il n'y a plus que la Partie V − 4 ✕ + 4 x + u, qui ſoit double. Mais comme V − 4 ✕ + 4 x + u eſt égale à 2 n − 4 x, il s'enſuit qu'il n'y a que la Partie 2 n − 4 x qui ſoit double. Mais comme 2 n − 4 x + 4 ∞ = $\frac{1}{4}$, il eſt évident que la Partie 2 n − 4 x de deſſus plus la Partie 2 n − 4 x de deſſous + 8 ∞ = $\frac{1}{4}$. Or les 8 ∞ ſont exprimées par les doubles Segmens égaux BK, BI + 4 ∞. Donc les quatre Segmens BK, BI, ou, ce qui eſt la même choſe, les quatre ✕ BK, BI, ajoutées à 2 n − 4 x de deſſus, + 4 ∞ + 2 n − 4 x de deſſous, prises enſemble, ſont égales à $\frac{1}{4}$, & par conſéquent égales à N + n + 4 ✕, + 2 R, ombrées,

qui

qui prises ensemble ont aussi été démontrées égales à ‡.

J'appelle maintenant prémier Tout N + n + 4 Segmens, BK, BI + 2 R ombrées; & par second Tout j'entens les Parties ombrées, comprises entre les Courbes rentrantes BK, BI, KD, ID, lesquelles Parties ombrées sont doubles, & dont chacune est égale a 2 n — 4 x. Or 2 n — 4 x + 4 ∞ = ‡. Donc 2 n — 4 x + 4 ✳ + 2 n — 4 x + 4 ∞ = ‡ = N + n + 4 ✳, + 2 R ombrées qui sont toutes les Parties du prémier Tout = ‡.

Je partage maintenant chacun de ces Touts en deux Parties, savoir N + n + 4 ✳, sera la prémière Partie du prémier Tout, & 2 R, ombrées, sera la seconde Partie du prémier Tout.

Mais dans le second Tout, comme la Partie ombrée comprise entre les Courbes rentrantes BK, BI, KD, ID, comme cette Partie ombrée, dis-je, est double, & que la Partie qui est dessous est égale à celle de dessus, & que chacune d'elles est égale à 2 n — 4 x, j'appelle les 2 n — 4 x de dessous la prémière Partie du second Tout, & la seconde Partie du second Tout sera 2 n — 4 x de dessus + 8 ∞, lesquelles 8 ∞ sont exprimées par les 4 ✳, + 4 ∞, c'est-à-dire que V + 4 x + u + 4 ∞ sera la seconde Partie du second Tout.

Il est évident que N + n + 4 ✳, égale 2 n + 4 ∞. Donc cette prémière Partie du prémier Tout surpasse de 4 x + 4 ∞ la prémière Partie du second Tout, qui est 2 n — 4 x.

Mais puisque le prémier Tout est égal au second Tout, il s'ensuit que la seconde Partie du second Tout doit surpasser de la même quan-

Digitized by Google

tité la seconde Partie du prémier Tout, que la prémière Partie du prémier Tout a surpassé la prémière Partie du second Tout, ou les deux Touts ne seroient pas égaux. Donc V + 4 x + u + 4 ∞ surpasse de 4 x + 4 ∞; la Partie 2 R ombrées, qui est la seconde Partie du prémier Tout; car si on joint à 2 R, ombrées, 4 x + 4 ∞, il est évident que 2 R, ombrées, + 4 x + 4 ∞ est égale à V + 4 x + u + 4 ∞. Il est donc évident que la prémière Partie du prémier Tout est à la prémière Partie du second Tout, comme la seconde Partie du second Tout est à la seconde Partie du prémier Tout, ou, ce qui est le même, que 2 n + 4 ∞ : 2 n − 4 x :: V + 4 x + u + 4 ∞ : 2 R. ombrées. Donc puisque le prémier Tout est égal au second Tout, & que la prémière Partie du prémier Tout surpasse la prémière Partie du second Tout de la même quantité que la seconde Partie du prémier Tout est surpassée par la seconde Partie du second Tout, il s'ensuit que la plus grande de l'un des Touts, plus la plus petite de l'autre Tout, sont (prises ensemble) égales à la plus grande, plus la plus petite de l'un des Touts; ou, ce qui est le même, sont égales à l'un des deux Touts. Donc V + 4 x + u + 4 ∞ + 2 R ombrées = 2 n + 4 x + 2 n − 4 x = 2 n + 4 x + 2 R, ombrées.

Donc V + 4 x + u + 4 ∞ + 2 R ombrées = ½, ou tout le Polygone BDSELB.

Donc, Q + Q + N + n = ½. Mais Q + Q = ½. Donc N + n = ½. Mais ½ = V + n. Donc V = n. Mais V = R ombrée, + 2 ∞ ou KESDK convexe, ou son égal en tout sens. Donc les Courbes BKE & LKD partagent en quatre parties égales le Polygone Rectiligne BDSELB.

Re-

Digitized by Google

Reprenez maintenant la prémière Figure, & dans le Polygone BDSELB tirez la Ligne Droite BE.

Comme il a été démontré que la Ligne Courbe BKE partage en deux également le Polygone BDSELB, il eſt évident que le Triangle Rectiligne BEL ſurpaſſe, de toute la quantité du Segment BKE, la moitié du Polygone, ſavoir, la Partie GYLBG. Fig. 2.

Réduiſez chacune de ces Figures en Parallélogramme par la XLV. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, l'Excès du Triangle Rectiligne BEL au deſſus de la Partie GYLBG, étant la valeur du Segment BKE, il s'enſuit que l'Excès qu'aura le Parallélogramme égal au Triangle Rectiligne BEL, au deſſus du Parallélogramme égal à la Partie GYLBG, il s'enſuit, dis-je, que cet Excès ſera la valeur du Segment BKE.

Prenez cet Excès deux fois, & vous aurez la valeur, ou la quantité des deux Segmens égaux BKE, ENC. Et par la XIV. *Prop. du* II. *Livre d'Euclide*, réduiſez au Quarré cette valeur trouvée des deux Segmens; faites-en de-même du Triangle Rectiligne BEC, & par la XLVII. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide*, faites un Quarré égal au Quarré de la valeur des deux Segmens & au Quarré de la valeur du Triangle Rectiligne BEC. Ce Quarré, égal à la valeur des deux Segmens & du Triangle Rectiligne BEC, ſera égal à la valeur de l'Arc BEC, qui eſt égal à l'Arc ADC, poſé ſur un des Côtés du Quarré inſcrit dans le Cercle.

Prenez quatre fois ce Quarré égal à la valeur de l'Arc BEC, & formez-en un Quarré. Ce Quarré ſera égal à la valeur, ou à la quantité des quatre Arcs appuyés ſur les Côtés du Quarré

Digitized by Google

inſcrit dans le Cercle. Prenez ce Quarré égal aux quatre Arcs, & le tranſportez ſur le Côté C Q, qui eſt un des Côtés du Quarré inſcrit dans le Cercle.

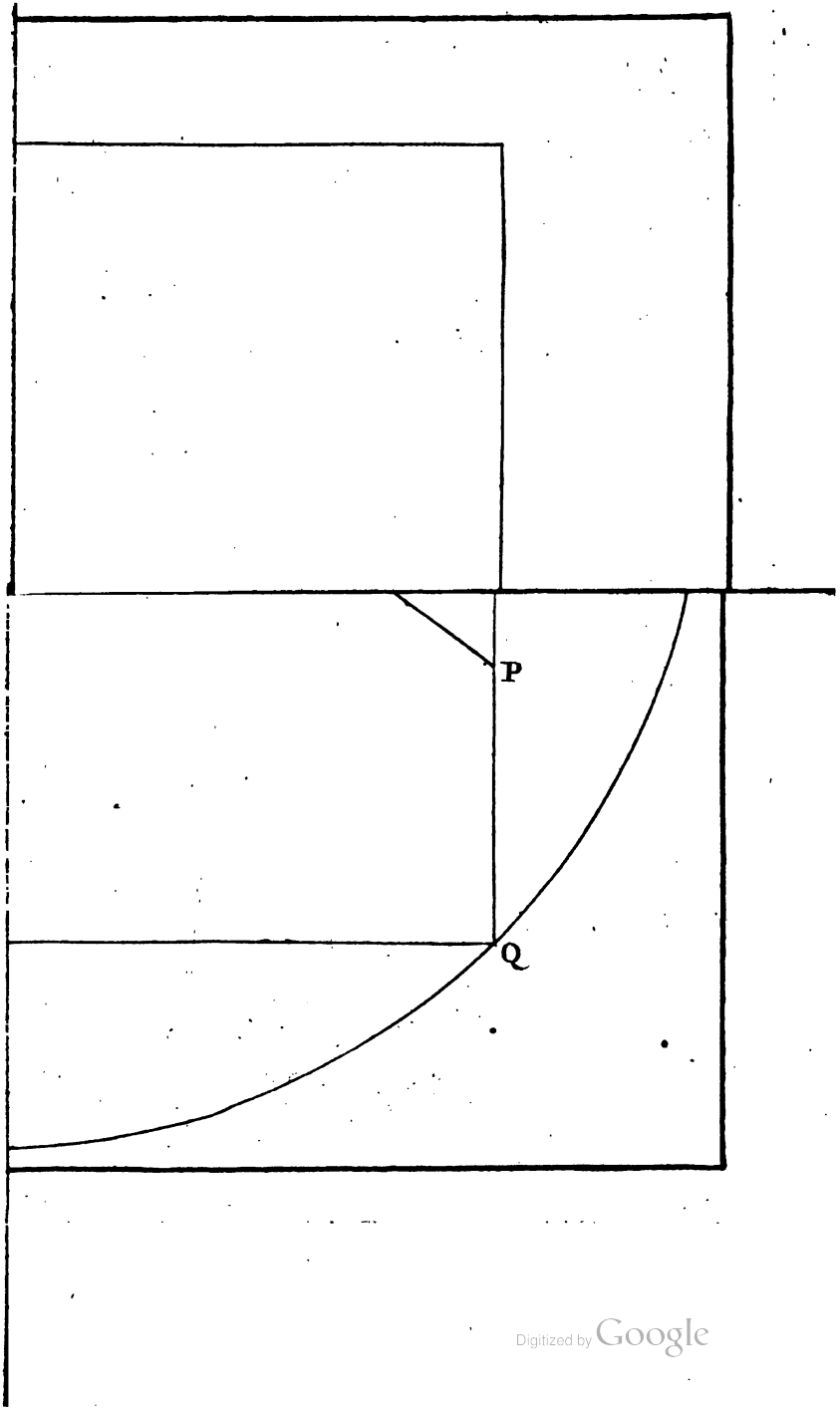
Tirez du Point A au Point P la Ligne A P, qui paſſe par les extrémités de ces deux Quarrés, comme l'Angle C eſt Droit, les Quarrés de A C, & de C P, ſeront égaux au Quarré de A P par la XLVII. *Prop. du* I. *Liv. d'Euclide.* Or le Quarré C P eſt égal aux quatre Arcs appuyés ſur le Quarré inſcrit dans le Cercle. Le Quarré de A C eſt égal au Quarré inſcrit dans le Cercle. Donc le Quarré de A P eſt égal au Quarré inſcrit dans le Cercle, & au Quarré égal aux quatre Arcs appuyés ſur les Côtés du Quarré inſcrit dans le Cercle. Donc le Quarré de A P eſt la QUADRATURE DU CERCLE. Ce qu'il faloit démontrer.

Fait & imprimé par JEAN JOUBERT DE LA RUE,
chez qui on trouve toutes ſortes de Livres, Papiers, & généralement tout ce qui concerne la Librairie.
A AMSTERDAM *dans le* Sint-Lucy-Steeg,
à l'Enſeigne de LA QUADRATURE
DU CERCLE.

Digitized by Google

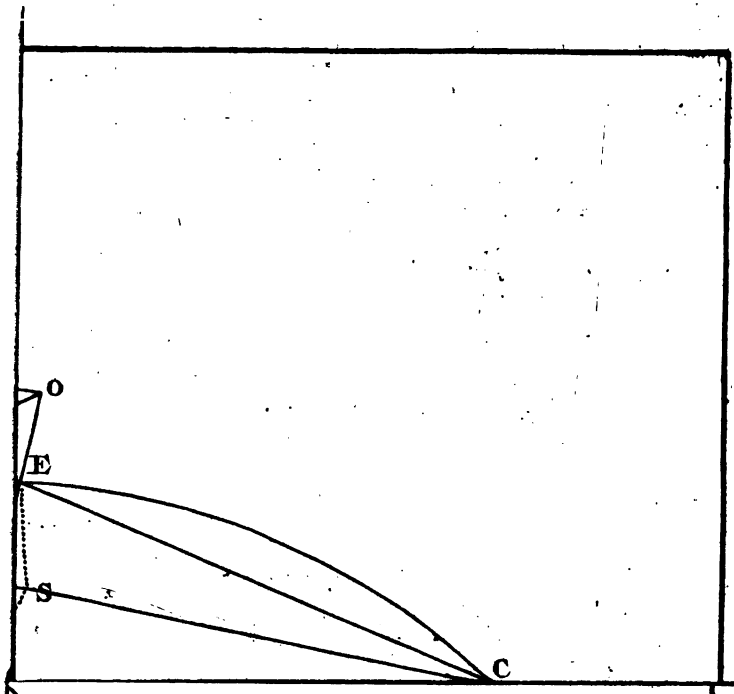
Digitized by Google

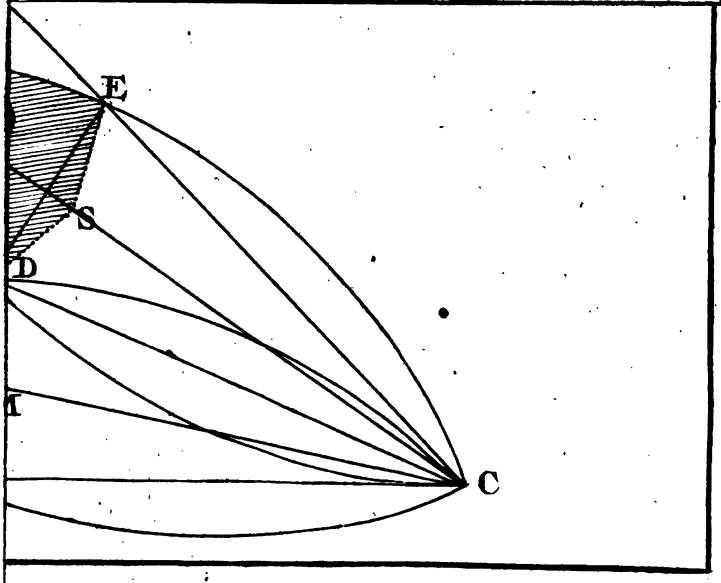
Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google





Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google